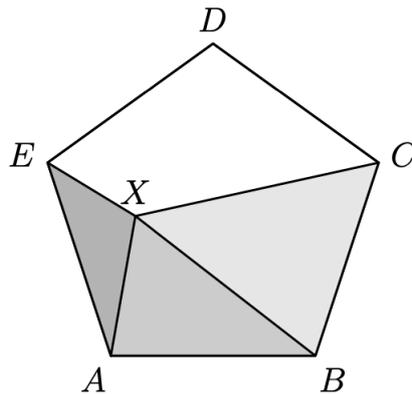


Быстрый поиск идей
22 декабря 2022 г.

1. Бесконечная последовательность a_1, a_2, a_3, \dots натуральных чисел удовлетворяет соотношению $a_{n+2} = a_{n+1}a_n + 1$ при всех натуральных n . Докажите, что при всех $n > 100$ число $a_n - 22$ — составное.

2. В правильном пятиугольнике $ABCDE$ выбрана точка X такая, что $S_{\triangle EAX} = 1$, $S_{\triangle ABX} = 2$, $S_{\triangle BCX} = 3$. Найдите площадь четырёхугольника $CDEX$.



3. Петя загадал квадратный трёхчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$ с натуральными коэффициентами. За один вопрос разрешается назвать Пете любое целое число k , а в ответ Петя объявит $f(k)$. Какое минимальное число вопросов понадобится, чтобы наверняка отгадать загаданный трёхчлен?

4. В четырёх кучах лежит соответственно 1004, 1005, 2009 и 2010 камней. Два игрока ходят по очереди. Каждый игрок при своем ходе должен взять по камню из трёх разных куч. Не имеющий хода проигрывает. Кто выиграет при правильной игре — начинающий игру или его соперник?

5. Существует ли такая бесконечная последовательность a_1, a_2, a_3, \dots натуральных чисел, при всех натуральных n удовлетворяющая $a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$?

6. По окружности расставлены произвольным образом несколько шариков. Все шарики одновременно начали двигаться с равными скоростями. При столкновении шарики разлетаются с теми же скоростями в разные стороны. Докажите, что в некоторый момент все шарики вновь одновременно окажутся в исходном положении.

7. При каких натуральных n числа, меньшие n и взаимно простые с n , образуют арифметическую прогрессию?

8. Квадрат разрезали на конечное число (больше одного) прямоугольников. Обязательно ли найдется отрезок, соединяющий центры двух прямоугольников, лежащий внутри их объединения?