Тренировочная олимпиада

1. Микрокалькулятор умеет выполнять следующие операции: по любым двум числам x и y он вычисляет $x+y$, $x-y$, $x+1$ и $1/x$. Докажите, что с помощью этого микрокалькулятора можно возвести любое положительное число в квадрат, сделав не более 6 операций. Промежуточные результаты можно записывать в тетрадку и использовать неоднократно.

2. Дан клетчатый квадрат $n \times n$ Стороны клеток покрасили так, что у каждой клетки ровно две покрашенные стороны и ни одна покрашенная сторона не лежит на периметре данного квадрата $n \times n$. При каких n это возможно?

3. Существует ли последовательность из миллиона натуральных чисел, взаимно простых с 10, в которой каждое следующее число делится на предыдущее, но имеет меньшую сумму цифр?

4. Докажите, что в прямоугольном треугольнике ортоцентр треугольника, образованного точками касания сторон с вписанной окружностью, лежит на высоте, проведённой из прямого угла.

5. Петя и Вася играют в игру. Для каждых пяти различных переменных из набора $x_1, \ldots, x_{10}$ имеется единственная карточка, на которой записано их произведение. Петя и Вася по очереди берут по карточке, начинает Петя. Когда все карточки разобраны, Вася присваивает переменным значения как хочет, но так, что

$$0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant \ldots \leqslant x_{10}.$$

Может ли Вася гарантированно добиться того, чтобы сумма произведений на его карточках была больше, чем у Пети?