Оценка + пример.

1. В компании из n человек некоторые люди дружат между собой (дружба взаимна). Назовём пару людей почти дружной, если они не дружат, но имеют общего друга. Найдите максимальное количество почти дружных пар.

2. Вася задумал 8 клеток шахматной доски, никакие две из которых не лежат в одной строке или в одном столбце. За ход Петя выставляет на доску 8 ладей, не бьющих друг друга, а затем Вася указывает все ладьи, стоящие на задуманных клетках. Если количество ладей, указанных Васей на этом ходе, чётно ($0, 2, 4, 6$ или 8), то Петя выигрывает; иначе все фигуры снимаются с доски и Петя делает следующий ход. За какое наименьшеечисло ходов Петя сможет гарантированно выиграть?

3. Равносторонний треугольник со стороной 20 разбит тремя семействами параллельных прямых на 400 равносторонних треугольничков со стороной 1. Какое наибольшее количество этих треугольничков можно пересечь (во внутренних точках) одной прямой?

4. Вася кладет спички в клеточки таблицы 5×5. Каждая спичка должна лежать полностью внутри одной из клеточек. Длина каждой спички равна длине диагонали клеточки. Спички не могут пересекаться (в том числе соприкасаться концами). Какое наибольшее количество спичек может выложить Вася?

5. На экзамен пришло несколько школьников, каждый из которых вытянул один билет с номером от 1 до 30. Экзаменатор может зачитать список из нескольких номеров (возможно одного) и попросить поднять руки владельцев соответствующих билетов. За какое минимальное число таких действий экзаменатор сможет разобраться, кому какой билет достался?

6. Найдите наибольшее возможное количество единичных полукругов на плоскости, границы любых двух из которых пересекаются ровно в 6 точках.

7. Имеется 25 масок, каждая своего цвета. k мудрецов играют в игру: им показывают все маски, потом они договариваются между собой, после чего им надевают маски таким образом, что каждый из них видит маски на всех остальных (но не знает, на ком они надеты) и не видит свою. Никакие формы взаимодействия при этом не разрешаются. Все они одновременно называют по одному цвету, пытаясь угадать цвет своей маски. При каком наименьшем k они могут так заранее договориться, чтобы хотя бы один из них непременно угадал?