

Конструирование с помощью бинарных кубов.

1. На вечеринке было 8 человек. У каждого ровно 6 друзей. Периодически некоторые из них участвовали в конкурсе. Оказалось, что два человека являются друзьями тогда и только тогда, когда они участвовали в одном конкурсе.
 - (a) Могло ли быть 6 конкурсов?
 - (b) Могло ли быть 5 конкурсов?
2. Можно ли отметить на плоскости 2^{99} точек так, чтобы от каждой отмеченной точки было хотя бы 99 отмеченных точек, находящихся от неё на расстоянии 1?
3. В стране 16 городов. Можно ли установить между ними дорожное сообщение так, чтобы из каждого города выходило не более 5 дорог и между любыми двумя городами был путь из не более чем двух дорог?
4. 16 команд участвуют в футбольном первенстве. Оно проходит в несколько этапов. На каждом этапе какие-то 6 команд играют между собой однокруговой турнир. Могло ли оказаться, что после нескольких таких этапов все команды сыграют друг с другом по 2 раза?
5.
 - (a) Можно ли в 8-элементном множестве выбрать 7 четырёхэлементных так, чтобы любые два множества пересекались по двум элементам?
 - (b) Можно ли в 15-элементном множестве выбрать 15 семиэлементных подмножеств так, чтобы любые два из них пересекались по трём элементам, а любые три пересекались не более чем по одному?
6. Можно ли рёбра полного графа на 16 вершинах покрасить в три цвета так, чтобы не было одноцветных треугольников?