

И так далее...

1. При каких $n > 3$ набор гирь с массами $1, 2, 3, \dots, n$ граммов можно разложить на три равные по массе кучки?
2. Карлсон испек квадратный пирог, а Малыш отрезал от него несколько кусков. Первый разрез проведён параллельно стороне исходного квадрата от края до края. Следующий разрез проведён в оставшейся части от края до края перпендикулярно предыдущему разрезу, далее аналогично (сколько-то раз). Все отрезанные куски имеют равную площадь. Малыш утверждает, что остался квадратный кусок. Не ошибся ли он?
3. На кольцевой дороге стоят несколько одинаковых машин. Если бы весь бензин, имеющийся в этих машинах, слили в одну, то эта машина смогла бы проехать по всей кольцевой дороге и вернуться на прежнее место. Докажите, что хотя бы одна из этих машин может объехать всё кольцо, забирая по пути бензин у остальных машин.
4. В 9-1 каждый болтун дружит хотя бы с одним молчуном. При этом болтун молчит, если в кабинете находится нечетное число его друзей – молчунов. Докажите, что на кружок может прийти не менее половины группы так, чтобы все болтуны молчали.
5. Мария Юрьевна хочет выписать все возможные последовательности из n натуральных чисел, в каждой из которых хотя бы раз встречается тройка, а любые два соседних члена различаются не больше, чем на 1. Сколько последовательностей ей придётся выписать?
6. В компании 100 детей, некоторые дети дружат (дружба всегда взаимна). Известно, что при выделении любого ребёнка оставшихся 99 детей можно разбить на 33 группы по три человека так, чтобы в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей.