

Погони и преследования

1. В одной из вершин куба сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут "поразить" любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из трёх соседних (по ребру) вершин куба. Как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа?
2. Заяц находится в центре леса, имеющего форму квадрата. А в вершинах этого квадрата сидят волки. Может ли заяц выбежать из леса, если волки могут бегать только по границе квадрата с максимальной скоростью в 1,4 раза большей, чем максимальная скорость зайца?
3. На секретной башне стоит прожектор, луч которого освещает отрезок длины a и равномерно вращается так, что его конец перемещается со скоростью v . Шпион может двигаться с максимальной скоростью $v/8$. Докажите, что он не сможет подойти к башне, оставшись незамеченным.
4. На шахматной доске двое играют в игру "кошки-мышки". У первого одна фишка — мышка, у второго несколько фишек — кошек. Все фишки могут ходить на одну клетку по вертикали или горизонтали. Если мышка оказалась на краю доски, то следующим ходом она может спрыгнуть с доски. А если кошка оказывается в одной клетке с мышкой, то съедает её. Игроки ходят по очереди, причём второй одним ходом может передвинуть одним ходом сразу всех своих кошек.
 - а) Кошек всего две. Мышка поставлена в какую-то клетку не на краю доски. Можно ли так поставить кошек на краю доски, чтобы они смогли съесть мышку?
 - б) Кошек всего три, но у мышки есть лишний ход — в начале она делает два хода подряд. Докажите, что она сможет убежать при любом изначальном расположении фишек.
5. Два робота R2 и D2 находятся в точке O на прямолинейной дороге. Максимальная скорость R2 равняется 2 км/ч, а D2 — 1 км/ч. В точках S и T , расположенных по разные стороны от точки O на той же дороге лежат сокровища, при этом $OS = 1$ км. Если какой-то робот оказывается в точке с сокровищем, то он его забирает; если оба робота одновременно оказываются в точке с сокровищем, то сокровище ломается и не достаётся никому. При каких значениях длины OT робот R2 может забрать оба сокровища вне зависимости от действий D2? (Роботы всегда видят друг друга.)
6. Самолёт-разведчик летает по кругу с центром в точке A . Радиус круга — 10 км, скорость самолёта — 1000 км/ч. Из точки A выпускается ракета, которая летит с той же скоростью, что и самолёт. Ракета при этом находится на прямой, соединяющей самолёт и точку A . Через какое время после запуска ракета догонит самолёт?