Еще больше гомотетии

1. **Важная лемма!** Соответствующие стороны треугольников параллельны. Докажите, что три прямые, соединяющие соответствующие вершины этих треугольников, пересекаются в одной точке или параллельны.

2. В вершинах треугольника ABC провели касательные к его описанной окружности. Обозначим точки их пересечения через A^*, B^*, C^* соответственно. Пусть AA', BB', CC' — высоты треугольника . Докажите, что прямые A^*A', B^*B', C^*C' пересекаются на прямой OH, где O и H — соответственно центр описанной окружности и ортоцентр треугольника ABC.

3. **(а)** Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон AC и AB в точках B_0 и C_0 соответственно. Биссектрисы углов B и C треугольника ABC пересекают серединный перпендикуляр к биссектрисе AL в точках Q и P соответственно. Докажите, что прямые PC_0 и QB_0 пересекаются на прямой BC.
   (б) В треугольнике ABC провели биссектрису AL. Точки O_1 и O_2 — центры описанных окружностей треугольников ABL и ACL соответственно. Точки B_1 и C_1 — проекции вершин C и B на биссектрисы углов B и C соответственно. Докажите, что прямые O_1C_1 и O_1B_1 пересекаются на прямой BC.
   (в) Докажите, что точки, полученные в пунктах (а) и (б), совпадают.

4. Во вписанном выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$ прямые AB и DC пересекаются в G, DE и AF — в H. Пусть M и N центры описанных окружностей треугольников BGC и EHF. Докажите, что MN, BE и CF пересекаются в одной точке.