

Движения и доп. построения

1. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка M . Через точки A , B , C и D проведены прямые, параллельные MC , MD , MA и MB соответственно. Докажите, что они пересекаются в одной точке.
2. Две окружности радиуса R пересекаются в точках M и N . Пусть A и B — точки пересечения серединного перпендикуляра к отрезку MN с этими окружностями, лежащие по одну сторону от прямой MN . Докажите, что $MN^2 + AB^2 = 4R^2$.
3. В квадрате со стороной 1 расположена фигура, расстояние между любыми двумя точками которой не равно 0,001. Докажите, что площадь этой фигуры не превосходит 0,34.
4. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $AD = DC$. Прямая BD пересекает сторону AC в точке E . Оказалось, что $\frac{BD}{BE} = \frac{AE}{EC}$. Докажите, что $BE = BC$.
5. В прямоугольном треугольнике ABC с углом B , равным 90° , точки D и E расположены на стороне BC так, что $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC$. Известно, что $EC = 2BD$. Найдите углы треугольника ABC .
6. Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M . На прямой, проходящей через точку A параллельно BC , выбрана точка D так, что $\angle CMD = 90^\circ$. Площадь четырёхугольника $AMCD$ равна s . Докажите, что $AB \cdot CD \geq 2s$.