

Радикальные оси

1. Одна окружность проходит через вершины A и C прямоугольника $ABCD$, а другая через вершины B и D . Докажите, что общая хорда окружностей проходит через центр прямоугольника.
2. На окружности s с диаметром AB взята точка C , из точки C опущен перпендикуляр CH на прямую AB . Докажите, что общая хорда окружности s и окружности s_1 с центром C и радиусом CH делит отрезок CH пополам.
3. Внутри треугольника ABC проведены отрезки AD и CE (точки D и E лежат на сторонах BC и AB соответственно). O — их точка пересечения. Оказалось, что $\angle DAC = \angle ECB$, $\angle BAD = \angle OBC$. Докажите, что D — середина стороны BC .
4. На основании BC трапеции $ABCD$ выбрали точки E и F . Прямые AE и DF пересекаются вне трапеции в точке M . Окружности BMF и CME вторично пересекаются в точке N . Докажите, что точки M, N, L лежат на одной прямой, где L — точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции.
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и BQ , а также медиана CM . Точка R — середина CM . Прямая PQ пересекает прямую AB в точке T . Докажите, что $OR \perp TC$, где O — центр описанной окружности треугольника ABC .
6. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . D — точка пересечения отрезка B_1C_1 со средней линией треугольника ABC , параллельной стороне BC . Докажите, что $AD \perp OH$, где O — центр окружности, описанной вокруг треугольника ABC .

Радикальные оси

1. Одна окружность проходит через вершины A и C прямоугольника $ABCD$, а другая через вершины B и D . Докажите, что общая хорда окружностей проходит через центр прямоугольника.
2. На окружности s с диаметром AB взята точка C , из точки C опущен перпендикуляр CH на прямую AB . Докажите, что общая хорда окружности s и окружности s_1 с центром C и радиусом CH делит отрезок CH пополам.
3. Внутри треугольника ABC проведены отрезки AD и CE (точки D и E лежат на сторонах BC и AB соответственно). O — их точка пересечения. Оказалось, что $\angle DAC = \angle ECB$, $\angle BAD = \angle OBC$. Докажите, что D — середина стороны BC .
4. На основании BC трапеции $ABCD$ выбрали точки E и F . Прямые AE и DF пересекаются вне трапеции в точке M . Окружности BMF и CME вторично пересекаются в точке N . Докажите, что точки M, N, L лежат на одной прямой, где L — точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции.
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и BQ , а также медиана CM . Точка R — середина CM . Прямая PQ пересекает прямую AB в точке T . Докажите, что $OR \perp TC$, где O — центр описанной окружности треугольника ABC .
6. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . D — точка пересечения отрезка B_1C_1 со средней линией треугольника ABC , параллельной стороне BC . Докажите, что $AD \perp OH$, где O — центр окружности, описанной вокруг треугольника ABC .