

Разной

1. Найдите все такие простые числа p , что число $p^2 + 11$ имеет ровно шесть различных делителей (включая единицу и само число).
2. На поверхности шарообразной планеты расположено 6 замков (замки будем считать точками, причем никакие четыре из них не лежат на одной окружности). Два крота по очереди соединяют эти замки прямолинейными туннелями (за один ход прорывается ровно один новый туннель из любого замка, вначале никаких туннелей нет вообще). Проигрывает тот крот, после хода которого можно будет попасть по туннелям из любого замка в любой другой. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий крот или его соперник?
3. После урока Петя отметил на школьной доске 18 точек общего положения. После этого Вася взял цветные мелки и захотел раскрасить 6 точек в красный цвет, 6 точек в зеленый и 6 точек в желтый таким образом, чтобы сумма площадей треугольников с вершинами одного цвета оказалась больше четверти суммы площадей всех треугольников с вершинами в отмеченных точках. Докажите, что у него не получится этого добиться, какие бы точки не отметил Петя.
4. a, b, c, d, e, f — неотрицательные действительные числа, сумма которых равна 38. Какое наибольшее значение может принимать величина $ab + cd + ef$?
5. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) на стороне AB взята точка K , а на стороне AC — точка L так, что $AK = CL$. Докажите, что KL не меньше половины BC .
6. Можно ли пол комнаты 5×7 покрыть плитками в форме трёхклеточных уголков в несколько слоев так, чтобы покрытие было везде одинаковой толщины?