

Геометрический разнобой с большим подвохом

1. На отрезке AB выбрана произвольная точка P . На отрезках AP и PB в одну сторону построены правильные треугольники AXP и BYP . При каких точках P отрезок XY минимален?
2. Докажите, что в любом описанном около окружности многоугольнике найдутся три стороны, из которых можно составить треугольник.
3. В треугольнике ABC на стороне AB выбраны точки K и L так, что $AK = BL$, а на стороне BC — точки M и N так, что $CN = BM$. Докажите, что $KN + LM \geq AC$.
4. В треугольнике ABC медианы AD и BE пересекаются в точке M . Докажите, что, если угол AMB не тупой, то $AC + BC > 3AB$.
5. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $BC = CD$. Точка E — середина диагонали AC . Докажите, что $BE + DE > AC$.
6. Пусть O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC . На сторонах AB и BC выбраны точки M и N соответственно таким образом, что $2\angle MON = \angle AOC$. Докажите, что периметр треугольника MBN не меньше стороны AC .