

Функция Эйлера и теорема Эйлера. Добавка

12. Докажите, что к десятичной записи числа 2^{2023} слева можно приписать несколько цифр так, чтобы получилась степень двойки
13. Найдите все тройки a, b, c взаимно простых в совокупности натуральных чисел, что для любого натурального n число $(a^n + b^n + c^n)^2$ делится на $ab + bc + ac$.
14. На бесконечной доске написано бесконечно много натуральных чисел. Оказалось, что для любого натурального числа n (не обязательно присутствующего на доске) на доске выписаны ровно n делителей числа n . Докажите, что каждое натуральное число выписано $\varphi(n)$ раз.
15. (а) Докажите, что для любого нечетного n число $2^{n!} - 1$ делится на n .
(б) Докажите, что для любого натурального $n \geq 2$ число $\underbrace{2^{2^{\dots^2}}}_{n \text{ раз}} - \underbrace{2^{2^{\dots^2}}}_{n-1 \text{ раз}}$ делится на n .