Комбо-многоугольники

1. Триангуляция выпуклого многоугольника состоит только из равнобедренных треугольников. Докажите, что у этого многоугольника есть две равные стороны.

2. В правильный n-угольник вписан правильный треугольник так, что две его вершины лежат в вершинах n-угольника. Докажите, что и третья вершина треугольника также лежит в вершине n-угольника.

3. Каждую вершину выпуклого $n-$ угольника $n \geqslant 4$ можно покрасить в красный или зелёный цвет. Диагональ многоугольника называется *разноцветной*, если её концы разного цвета. Вася хочет раскрасить вершины так, чтобы существовала триангуляция, в которой участвуют только разноцветные диагонали. Сколькими способами он может это сделать?

4. Правильный многоугольник разрезали непересекающимися диагоналями на меньшие многоугольники так, что у всех многоугольников разбиения поровну сторон, причём число сторон нечётно. Может ли так оказаться, что хотя бы у одного многоугольника разбиения есть параллельные стороны?

5. У выпуклого n-угольника хотя бы 5 вершин. Про него также известно, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке и никакие две не параллельны. Докажите, что внутри каждого четырёхугольника с вершинами, совпадающими с вершинами исходного многоугольника, можно выбрать по 2 точки, не лежащие на диагоналях многоугольника, так, что все $2C_n^4$ выбранные точки будут различны, и в любой из частей, на которые диагонали разбивают многоугольник, будет не более трёх отмеченных точек.

[ЦПМ, кружок по математике]
[*2022-2023*] группа: 8 *14 января 2023 г.*

Комбо-многоугольники

1. Триангуляция выпуклого многоугольника состоит только из равнобедренных треугольников. Докажите, что у этого многоугольника есть две равные стороны.

2. В правильный n-угольник вписан правильный треугольник так, что две его вершины лежат в вершинах n-угольника. Докажите, что и третья вершина треугольника также лежит в вершине n-угольника.

3. Каждую вершину выпуклого $n-$ угольника $n \geqslant 4$ можно покрасить в красный или зелёный цвет. Диагональ многоугольника называется *разноцветной*, если её концы разного цвета. Вася хочет раскрасить вершины так, чтобы существовала триангуляция, в которой участвуют только разноцветные диагонали. Сколькими способами он может это сделать?

4. Правильный многоугольник разрезали непересекающимися диагоналями на меньшие многоугольники так, что у всех многоугольников разбиения поровну сторон, причём число сторон нечётно. Может ли так оказаться, что хотя бы у одного многоугольника разбиения есть параллельные стороны?

5. У выпуклого n-угольника хотя бы 5 вершин. Про него также известно, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке и никакие две не параллельны. Докажите, что внутри каждого четырёхугольника с вершинами, совпадающими с вершинами исходного многоугольника, можно выбрать по 2 точки, не лежащие на диагоналях многоугольника, так, что все $2C_n^4$ выбранные точки будут различны, и в любой из частей, на которые диагонали разбивают многоугольник, будет не более трёх отмеченных точек.