

Разной

1. Существует ли неравносторонний треугольник с целочисленными сторонами и периметром, не превосходящим 2018, каждая из биссектрис которого делит противоположную сторону на целочисленные отрезки?
2. Квадратный трёхчлен $f(x)$ можно заменить на один из трёхчленов $x^2 f\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ или $(x-1)^2 f\left(\frac{1}{x-1}\right)$. Можно ли из квадратного трёхчлена $x^2 + 4x + 3$ получить $x^2 + 10x + 9$?
3. Угол B треугольника ABC вдвое больше угла C . Окружность радиуса AB с центром в точке A пересекает серединный перпендикуляр к отрезку BC в точке D , лежащей внутри угла BAC . Докажите, что $\angle DAC = \frac{1}{3}\angle A$.
4. Сумма трёх неотрицательных чисел a , b и c равна 3. Докажите, что

$$(2 - \sqrt{a})(2 - \sqrt{b})(2 - \sqrt{c}) \geq abc.$$

5. В компании из 2023 проводится тренинг по тимбилдингу. В течение 1011 дней всех собираются рассаживать за круглый стол так, чтобы любые два человека сидели рядом ровно один раз. Верно ли, что провести такой тимбилдинг получится?