Вписанные углы и касательные

1. К двум окружностям, пересекающимся в точках K и M, проведена общая касательная. Докажите, что если A и B — точки касания, то $\angle AMB + \angle AKB = 180°$.

2. В треугольнике ABC, в котором $AB = BC$, на стороне AB выбрана точка D, и вокруг треугольников ADC и BDC описаны окружности s_1 и s_2 соответственно. Касательная, проведенная к s_1 в точке D, пересекает второй раз s_2 в точке M. Докажите, что $BM \parallel AC$.

3. Окружности s_1 и s_2 пересекаются в точке A. Через точку A проведена прямая, пересекающая s_1 в точке B, а s_2 в точке C. В точках C и B проведены касательные к окружностям, пересекающиеся в точке D. Докажите, что угол BDC не зависит от выбора прямой, проходящей через A.

4. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана точка M так, что $\angle MAC = \angle MCD = \alpha$. Найдите $\angle ABM$.

5. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Касательная, проведённая к описанной окружности треугольника BOC в точке O, пересекает луч CB в точке F. Окружность, описанная вокруг треугольника FOD, повторно пересекает прямую BC в точке G. Докажите,что $AG = AB$.

6. В окружность вписан пятиугольник $ABCDE$. Отрезки AC и BD пересекаются в точке K. Отрезок CE касается описанной окружности треугольника ABK в точке N. Найдите $\angle CNK$, если $\angle ECD = 40°$.

7. Окружность, вписанная в угол с вершиной O, касается его сторон в точках A и B, K — произвольная точка на меньшей из двух дуг AB этой окружности. На прямой OB взята точка L такая, что прямые OA и KL параллельны. Пусть M — точка пересечения окружности ω, описанной около треугольника KLB, с прямой AK, отличная от K. Докажите, что прямая OM касается окружности ω.

8. O — центр описанной окружности остроугольного равнобедренного треугольника ABC с основанием BC. Прямые BO и CO пересекают стороны AC и AB в точках B' и C' соответственно. Докажите, что прямая, проходящая через C' параллельно AC, касается описанной окружности треугольника $B'OC$.