

Квадратный трёхчлен

1. Верно ли, что если $b > a + c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня?
2. Корни уравнения $x^2 + ax + b + 1 = 0$ являются натуральными числами. Докажите, что $a^2 + b^2$ — составное число.
3. Лёша написал на доске 5 целых чисел - коэффициенты и корни квадратного трёхчлена. Юра стёр одно из них. Остались числа 2, 3, 4 и -5 в каком-то порядке. Восстановите стёртое число.
4. Учитель написал на доске квадратное уравнение $x^2 + 10x + 20 = 0$, после чего каждый из учеников по очереди увеличивал или уменьшал на единицу либо коэффициент при x , либо слагаемое без x . В результате на доске оказалось написано уравнение $x^2 + 20x + 10 = 0$. Верно ли, что в некоторых момент на доске было написано уравнение с целыми корнями?
5. Уравнение $x^2 + ax + b = 0$ имеет два различных действительных корня. Докажите, что уравнение $x^4 + ax^3 + (b - 2)x^2 - ax + 1 = 0$ имеет четыре различных действительных корня.
6. Квадратный трёхчлен $f(x)$ имеет ровно один корень. Кроме того, уравнение

$$f(2x - 3) + f(3x + 1) = 0$$

имеет ровно один корень. Найдите корень трёхчлена $f(x)$.

7. Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ — квадратный трёхчлен, причем a, b, c — целые числа. Известно, что трёхчлен $f(x)$ и многочлен $f(f(f(x)))$ имеют общий корень. Докажите, что эти многочлены имеют общий целый корень.