

Суровые рыцари и лжецы

1. На острове 100 жителей, каждый из которых может быть рыцарем, лжецом или хитрецом (может говорить как правду, так и ложь). 50 жителей острова сказали: «На острове рыцарей больше, чем хитрецов», а 50 остальных: «На острове лжецов больше, чем хитрецов». Докажите, что хитрецов на острове не меньше 25.
2. На острове живут 30 представителей двух племён: рыцарей и лжецов. У каждого из них ровно трое знакомых среди остальных. Каждый произнёс фразу: «Среди моих знакомых островитян не более одного моего соплеменника». Какое наибольшее количество рыцарей может быть среди них?
3. За круглым столом сидит 210 человек. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец. Каждый из них заявил: «Среди моих 20 соседей (10 справа и 10 слева) — ровно 10 лжецов». Известно, что среди них более 100 лжецов. Сколько всего лжецов за столом?
4. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён: рыцарей или лжецов. Однажды 2013 островитян встали в круг и каждый заявил: «Оба моих соседа — лжецы». Тут началась перебранка, и одного из островитян съели. После этого оставшиеся 2012 островитян снова встали в круг, возможно, в другом порядке, и каждый заявил: «Оба моих соседа не из моего племени». Кого съели — рыцаря или лжеца?
5. В каждой клетке квадрата 10×10 стоит рыцарь или лжец. Соседями считаются люди, стоящие в клетках, имеющих общую сторону. Каждый из стоящих сказал: «Среди моих соседей чётное число лжецов». Известно, что в угловых клетках стоят рыцари. Докажите, что в центральном квадрате 8×8 стоит чётное число лжецов.
6. В математическом кружке каждый участник либо рыцарь, либо лжец, либо хитрец (хитрец говорит правду, если предыдущий человек сказал правду; врет, если предыдущий человек соврал; говорит, что угодно, если перед ним никто не говорит). Четыре участника кружка собрались вместе и последовательно сделали следующие утверждения: Аня: «Среди нас ровно два лжеца». Боря: «Аня — хитрец». Ваня: «Если я уйду, то среди оставшихся рыцарей будет больше, чем лжецов». Аня: «Если Ваня уйдет, то среди оставшихся лжецов будет не меньше, чем рыцарей». Гоша: «Один плюс один равно три». Определите, кто есть кто.
7. На совместной конференции партий рыцарей и лжецов в президиум было избрано 32 человека, которых рассадили в четыре ряда по 8 человек. В перерыве каждый член президиума заявил, что среди его соседей есть представители обеих партий. Известно, что лжецы всегда лгут, а правдолюбывсегда говорят правду. При каком наименьшем числе лжецов в президиуме возможна описанная ситуация? (Два члена президиума являются соседями, если один из них сидит слева, справа, спереди или сзади от другого.)