

Принцип Дирихле

- Среди чисел от 1 до $2n$ выбрали $n + 1$ число.
 - Докажите, что среди выбранных чисел найдутся два взаимно простых.
 - Докажите, что среди выбранных чисел найдутся два, одно из которых делится на другое.
- Узлы квадрата 6×6 (всего 49 узлов) раскрашены в три цвета. Докажите, что существует прямоугольный треугольник с вершинами одного цвета.
- Даны две окружности, длина каждой из которых равна 100 см. На одной из них отмечено 100 точек, а на другой — несколько дуг, сумма длин которых меньше 1 см. Докажите, что эти окружности можно совместить так, чтобы ни одна отмеченная точка не попала на отмеченную дугу.
- Пусть m и n — натуральные числа, хотя бы одно из которых чётно. Замощение прямоугольника $m \times n$ доминошками (то есть прямоугольниками 1×2) будем называть *хорошим*, если прямоугольник нельзя разделить прямой на два меньших прямоугольника, не разделив при этом ни одну из доминошек.
 - Существует ли хорошее замощение прямоугольника 6×8 ?
 - Существует ли хорошее замощение квадрата 6×6 ?
- В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдётся кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
- Попарные расстояния между точками A_1, \dots, A_n больше 2. Докажите, что любую фигуру, площадь которой меньше π , можно сдвинуть на вектор длиной не более 1 таким образом, что она не будет содержать точек A_1, \dots, A_n .