

## Заключительный геометрический разнобой

1. Прямоугольник  $ABCD$  и ромб  $ABMN$  расположены так, что точка  $N$  лежит на отрезке  $BD$ . Докажите, что  $\angle BMD = 90^\circ$ .
2. На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  отметили точки  $M$  и  $N$  соответственно, а на биссектрисе угла  $B$  — точку  $L$ . Оказалось, что  $LM = LN$  и  $BM = NC$ . Докажите, что или  $BN = NC$ , или  $BL = LC$ .
3. Невыпуклый равносторонний пятиугольник  $ABCDE$  устроен следующим образом: точки  $A, B, C, D$  образуют выпуклый четырехугольник, а точка  $E$  лежит внутри него. Оказалось, что  $\angle ABC = \angle BCD = \angle DEA$ . Чему могут быть равны эти углы?
4. Точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$ . На продолжении отрезка  $MN$  за точку  $N$  отмечена точка  $P$ , а на отрезке  $PN$  — точка  $Q$  так, что  $AP = BQ$  и  $AQ = CP$ . Докажите, что  $AB = AC$ .
5. На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  выбрана такая точка  $P$ , что  $PC = CM$  и  $\angle PCM = \angle ABC$ . Докажите, что  $AC + PM > AB$ .