

Заключительный геометрический разнобой

1. Прямоугольник $ABCD$ и ромб $ABMN$ расположены так, что точка N лежит на отрезке BD . Докажите, что $\angle BMD = 90^\circ$.
2. На сторонах AB и BC треугольника ABC отметили точки M и N соответственно, а на биссектрисе угла B — точку L . Оказалось, что $LM = LN$ и $BM = NC$. Докажите, что или $BN = NC$, или $BL = LC$.
3. Невыпуклый равносторонний пятиугольник $ABCDE$ устроен следующим образом: точки A, B, C, D образуют выпуклый четырехугольник, а точка E лежит внутри него. Оказалось, что $\angle ABC = \angle BCD = \angle DEA$. Чему могут быть равны эти углы?
4. Точки M и N — середины сторон AB и AC треугольника ABC . На продолжении отрезка MN за точку N отмечена точка P , а на отрезке PN — точка Q так, что $AP = BQ$ и $AQ = CP$. Докажите, что $AB = AC$.
5. На медиане AM треугольника ABC выбрана такая точка P , что $PC = CM$ и $\angle PCM = \angle ABC$. Докажите, что $AC + PM > AB$.