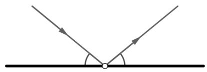
Бильярд

Во всех задачах если многоугольный бильярдный стол, в углах которого расположены лузы. Если бильярдный шар попадает в лузу, то он проваливается в неё. Бильярдный шар отражается от стороны вот так:



1. Внутрь острого угла величины α залетает шар. Он отражается от сторон угла, как показано на рисунке 1. Оказалось, что шар вылетел из угла параллельно изначальной траектории движения. Найдите α.

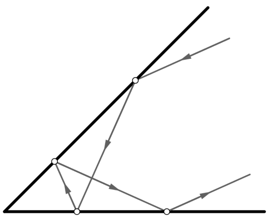


Рис. 1: к задаче 1

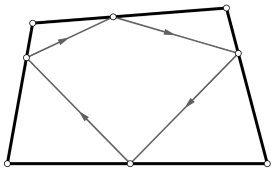


Рис. 2: к задаче 2а

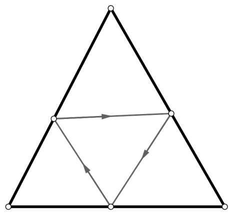


Рис. 3: к задаче 2б

2. **(а)** Верно ли, что внутри любого выпуклого четырёхугольника существует периодическая четырёхугольная траектория шара, как на рисунке 2?
(б) Верно ли что внутри любого остроугольного треугольника существует периодическая треугольная траектория шара (см. рис. 3)? А сколько их всего может существовать?
(в) Может ли в каком-нибудь остроугольном треугольнике существовать четырёхзвенная периодическая траектория?

3. Дан квадратный бильярд со стороной 1. Шар вылетел из левого нижнего угла и ударился о правую стенку на высоте $\frac{m}{n}$, где m и n — взаимно простые натуральные числа. Докажите, что шар попадёт в лузу. В какую именно в зависимости от m и n?

4. Дан квадратный бильярд. Из одного из этих углов нужно запустить шар так, чтобы он впервые попал в центр квадрата, ударившись о стороны ровно 1023 раза. Сколькими способами это можно сделать?

5. Бильярд имеет форму многоугольника (не обязательно выпуклого), у которого

   (а) соседние стороны перпендикулярны друг другу, угол A равен 90°;
   (б) все углы измеряются целым числом градусов, угол A равен 1°.

   Из вершины A выпущен шар. Докажите, что он никогда не вернётся в вершину A.