

Сумма углов многоугольника

Многоугольник называется *выпуклым*, если все его углы меньше 180° . Эквивалентное определение — многоугольник называется выпуклым, если каждая его диагональ лежит внутри многоугольника (доказывать эквивалентность мы пока не будем).

Разбиение многоугольника непересекающимися диагоналями на треугольники называется *триангуляцией*. Можно доказать, что любой многоугольник можно триангулировать.

Факт 1. Сумма углов n -угольника равна $180(n - 2)^\circ$.

Факт 2. Сумма внешних углов n -угольника равна 360° .

- (а) Выпуклый n -угольник триангулирован. Докажите, что количество треугольников не зависит от способа разрезания.

(б) На какое наименьшее количество треугольников можно разрезать (не обязательно диагоналями) выпуклый n -угольник?
- Внутри выпуклого n -угольника отмечено k точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Данный n -угольник разрезали на треугольники так, что все $n + k$ точек являются вершинами треугольников и эти треугольники не имеют никаких других вершин. Сколько получилось треугольников?
- В некотором городе каждая улица идет либо с севера на юг, либо с востока на запад (дороги двусторонние). Автомобилист совершил прогулку по этому городу, сделав ровно 100 поворотов налево. Сколько поворотов направо он мог сделать при этом, если никакое место он не проезжал дважды и в конце вернулся назад?
- В выпуклом 100-угольнике провели несколько диагоналей так, что никакие три из них не пересекаются в одной точке. В результате многоугольник разбился на треугольники. Каково наибольшее возможное число треугольников?
- (а) Докажите, что при любом n существует выпуклый n -угольник, который нельзя разрезать меньше, чем на n тупоугольных треугольников.

(б) Докажите, что при $n > 4$ любой выпуклый n -угольник можно разрезать на n тупоугольных треугольников.
- Выпуклый 100-угольник разрезан на выпуклые семиугольники так, что каждая сторона многоугольника является стороной одного из семиугольников. Докажите, что найдутся четыре соседние вершины многоугольника, принадлежащие одному семиугольнику.