

## Конструкции из чиселок

- Петя загадал натуральное число  $d$  и выписал в ряд 100 различных натуральных чисел таких, что все разности между соседними числами равны  $d$ . Могут ли любые два из выписанных чисел быть взаимно просты?
- Можно ли в клетки таблицы  $3 \times 3$  расставить различные числа вида  $\frac{1}{n}$  для натурального  $n$  так, чтобы суммы чисел во всех столбцах, строках и двух диагоналях были равны?
- Существуют ли 100 натуральных чисел таких, что их сумма равна их наименьшему общему кратному?
  - А если числа обязательно различны?
- Существуют ли 100 натуральных чисел таких, что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого числа делится на каждое другое?
  - (Задача из листика, который был неделю назад) Верно ли, что среди любых ста рациональных чисел таких, что произведение любых двух из них является нецелым числом, найдутся три числа, произведение которых не является целым?
- Существуют ли такие натуральные числа  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{100}$ , что
$$\text{НОД}(a_1, a_2) > \text{НОД}(a_2, a_3) > \dots > \text{НОД}(a_{99}, a_{100})?$$
  - Существуют ли такие натуральные числа  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{100}$ , что
$$\text{НОК}(a_1, a_2) > \text{НОК}(a_2, a_3) > \dots > \text{НОК}(a_{99}, a_{100})?$$
- Обозначим через  $S(n)$  сумму цифр числа  $n$ . Найдутся ли три таких натуральных числа  $a, b$  и  $c$ , что  $S(a+b) < 5$ ,  $S(a+c) < 5$  и  $S(b+c) < 5$ , но  $S(a+b+c) > 50$ ?