Подмена условия в геометрии

1. Точки M и N делят основание AC равнобедренного треугольника ABC, в котором $\angle B = 120^\circ$, на три равные части. Докажите, что треугольник MBN равносторонний.

2. Через вершину A квадрата $ABCD$ провели прямую ℓ под углом 15° к стороне AB (ℓ пересекает сторону BC). На прямой ℓ отмечены точки M и N такие, что $CM = DM$, $CN = BN$. Докажите, что все эти отрезки равны стороне квадрата.

3. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$), в котором $\angle A = 30^\circ$. На стороне AB выбрана точка P, а на стороне AC — точка Q так, что $PQ = BC$ и $\angle PQC = 45^\circ$. Докажите, что $CP = BC$.

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAD = 100^\circ$, $\angle BCD = 130^\circ$ и $AB = AD = 1$. Докажите, что $AC = 1$.

5. На высоте остроугольного треугольника ABC, проведенной из точки B, взяли точку H. Лучи AH и CH пересекают стороны BC и AB в точках N и M соответственно. Оказалось, что серединные перпендикуляры к отрезкам AM и CN пересеклись на прямой AC. Докажите, что H — точка пересечения высот треугольника ABC.

6. **(а)** Внутри прямоугольника $ABCD$ отмечены точки E и F так, что треугольники ABE и CDF — равносторонние. Оказалось, что точка пересечения прямых AF и DE лежит на отрезке BC. Докажите, что эти прямые пересекаются под углом 60°.

   (б) Та же задача, только $ABCD$ — параллелограмм.

7. Углы треугольника ABC удовлетворяют условию $2\angle A + \angle B = \angle C$. Внутри этого треугольника на биссектрисе угла A выбрана точка K такая, что $BK = BC$. Докажите, что $\angle KBC = 2\angle KBA$.