Разрезания на доминошки

1. Дана клетчатая фигура, покрашенная в шахматную раскраску. Известно, что в ней одинаковое количество клеток белого и чёрного цветов. Верно ли, что её можно разрезать на доминошки?

2. **(а)** На шахматной доске 8×8 отмечены три клетки A, B и C. В клетке A стоит хромая ладья, которая за один ход умеет перемещаться в любую соседнюю по стороне клетку. Обязательно ли хромая ладья может обойти все клетки доски по одному разу, побывав сначала в клетке B, потом в клетке C и закончив в клетке A?
(б) Из шахматной доски 8×8 вырезали 2 клетки разного цвета (в шахматной раскраске). Докажите, что оставшуюся часть можно разбить на доминошки.

3. Из шахматной доски 8×8 вырезали 10 клеток.
(а) Какое наибольшее количество доминошек можно после этого гарантированно вырезать из этой доски?
(б) А если известно, что среди вырезанных клеток есть как чёрные, так и белые клетки?

4. Можно ли доску 6×6 разбить на 18 доминошкек так, чтобы любая прямая, параллельная сторонам квадрата, пересекала хотя бы одну доминошку?

5. Клетчатый прямоугольник покрыт в два слоя доминошками (то есть каждая клетка принадлежит ровно двум доминошкам). Докажите, что доминошки можно разбить на два непересекающихся множества, каждое из которых покрывает весь прямоугольник.

Из прошлого листика

3. **(а)** Докажите, что количество способов разбить прямоугольник 60×99 на уголки чётно.
(б) Докажите, что количество способов разбить квадрат 60×60 на уголки делится на 4.
(в) Докажите, что количество способов разбить квадрат 99×99 на уголки делится на 8.
(г) Докажите, что количество способов разбить квадрат 99×99 на уголки делится на 128.

4. Докажите, что количество способов разбить прямоугольник $n \times (n + 1)$ на доминошки нечётно.