

Чётность количества разбиений

Доминошкой в этом листике называется прямоугольник 1×2 , а *уголком* — фигура, полученная из квадрата 2×2 вырезанием какой-нибудь клетки. Все фигурки можно поворачивать и переворачивать.

- (а) Докажите, что количество способов разрезать прямоугольник 3×100 на доминошки нечётно.

(б) Докажите, что количество способов разрезать прямоугольник 7×100 на доминошки нечётно.

(в) Докажите, что существует прямоугольник со сторонами, большими 1000, который можно разбить на доминошки нечётным количеством способов.
- (а) Докажите, что квадрат $2n \times 2n$ для $n > 1$ разбивается на доминошки по крайней мере $2^{n^2} + 2^{n^2-2}$ способами.

(б) Докажите, что количество способов разрезать квадрат $n \times n$ на доминошки чётно.

(в) Докажите, что при $n > 2$ количество способов разрезать квадрат $n \times n$ на доминошки делится на 4.
- (а) Докажите, что количество способов разбить прямоугольник 60×99 на уголки чётно.

(б) Докажите, что количество способов разбить квадрат 60×60 на уголки делится на 4.

(в) Докажите, что количество способов разбить квадрат 99×99 на уголки делится на 8.

(г) Докажите, что количество способов разбить квадрат 99×99 на уголки делится на 128.
- Докажите, что количество способов разбить прямоугольник $n \times (n + 1)$ на доминошки нечётно.