Симметрия

1. Бумажный равносторонний треугольник перегнули по прямой так, что одна из вершин попала на противоположную сторону (см. рисунок). Докажите, что углы двух белых треугольников соответственно равны.

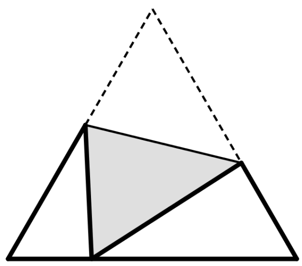

Рис. 1: к задаче 1

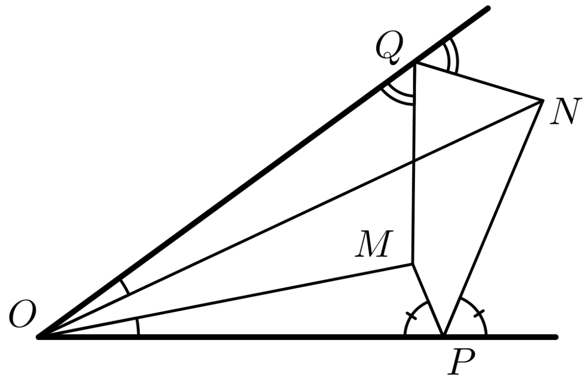

Рис. 2: к задаче 7

2. На продолжении диагонали AC квадрата $ABCD$ за точку C выбрана точка X так, что $BX = AC$. Найдите угол AXB.

3. На диагонали AC квадрата $ABCD$ выбраны точки X и Y так, что точка Y лежит на отрезке CX и $XY = YD$. Известно, что $\angle XBC = \alpha$. Чему равен $\angle XYD$?

4. На стороне BC треугольника ABC выбрали точки P и Q такие, что $BA = BP$ и $CA = CQ$. Точка I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC. Докажите, что треугольник IPQ равнобедренный.

5. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I, $\angle ABC = 120°$. На продолжениях сторон AB и CB за точку B отмечены точки P и Q соответственно так, что $AP = CQ = AC$. Докажите, что угол PIQ — прямой.

6. В треугольнике ABC с прямым углом C биссектриса AL и высота CH пересекаются в точке K. Биссектриса угла BCH пересекает отрезок BH в точке M. Докажите, что $CK = ML$.

7. Внутри острого угла с вершиной в точке O отмечены точки M и N, а на сторонах угла — точки P и Q такие, что $\angle MOP = \angle NOQ$ и точка O лежит на биссектрисах внешних углов при вершинах P и Q треугольников MPN и MQN соответственно. Докажите, что длины ломаных MPN и MQN равны.

8. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) биссектриса BL пересекается с биссектрисой угла A в точке I. Точка X на стороне AB выбрана так, что $BX = BC$. Прямая XI пересекает основание BC в точке Y. Докажите, что $BY = CL$.

9. В треугольнике ABC угол A равен $60°$. На лучах BA и CA отложены отрезки BX и CY, равные стороне BC. Докажите, что прямая XY проходит через точку пересечения биссектрис треугольника ABC.