

Дискретная непрерывность

1. Существуют ли триста последовательных натуральных чисел, среди которых ровно восемь простых?
2. Белка прятала орехи вдоль прямой. Известно, что от каждого тайника к следующему она пробегала не больше 3 метров. Известно, что расстояние от первого тайника до последнего равно 100 м. Докажите, что найдутся два тайника, расстояния между которыми не меньше 22 метров и не больше 25 метров.
3. За круглым столом сидит четное количество чебурашек. У каждого из них есть несколько шариков, причем у любых двух рядом сидящих чебурашек количество шариков отличается не больше, чем на 1. Докажите, что найдется пара чебурашек, сидящих напротив друг друга, у которых количество шариков отличается не больше, чем на 1.
4. В круге проведены несколько хорд так, что любые две из них пересекаются внутри круга. Докажите, что можно пересечь все хорды одним диаметром.
5. Дракон заточил в темницу рыцаря и выдал ему 100 одинаковых на вид монет, половина из которых волшебные. Каждый день рыцарь раскладывает все монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в кучках окажется поровну волшебных монет или поровну обычных, дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем на 25-й день?
6. На клетчатой доске 100×100 половина клеток белые, а половина — черные.
 - (а) Докажите, что можно разрезать ее по границам клеток на две части с равным числом черных клеток.
 - (б) Докажите, что можно разрезать ее по границам клеток на две равные части с равным числом черных клеток.
7. В некоторых клетках квадратной таблицы 10×10 расставлены числа $+1$ и -1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 27. Докажите, что в некотором квадрате 5×5 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 5.
8. $2n$ радиусов разделили круг на $2n$ равных секторов: n синих и n красных, чередующихся в произвольном порядке. В синие секторы, начиная с некоторого, записывают против хода часовой стрелки числа от 1 до n . В красные секторы, начиная с некоторого, записывают те же числа, но по ходу часовой стрелки. Докажите, что найдется полукруг, в котором записаны все числа от 1 до n .