

Упорядочивание

1. Лёша задумал четыре числа, а затем для каждой из шести пар чисел вычислил их разность. Могли ли у него получиться разности 2, 3, 3, 4, 5, 6?
2. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причём все собрали разное количество грибов. Докажите, что какие-то три грибника собрали вместе не менее 50 грибов.
3. В каждой из 10 коробок лежит несколько карандашей. Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, можно выбрать по карандашу из каждой коробки так, чтобы все они были разных цветов.
4. Есть n различных чисел. Докажите, что среди их попарных сумм есть хотя бы $2n - 3$ различных.
5. На дискотеке n юношей танцевали с n девушками. В каждой паре юноша был выше девушки, но не более, чем на 10 см. Докажите, что если поставить танцевать самого высокого юношу с самой высокой девушкой, второго по росту — со второй, и т. д., то по прежнему в каждой паре юноша будет выше девушки и опять же не более, чем на 10 см.
6. Есть 100 подряд идущих натуральных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать несколько чисел так, чтобы их сумма делилась на 2500.
7. Обозначим через a и A соответственно наименьшее и наибольшее из n различных натуральных чисел.
 - (а) Докажите, что НОК всех чисел не меньше na .
 - (б) Докажите, что НОД всех чисел не больше A/n .
8. Каждое из $2n$ различных натуральных чисел не превосходит n^2 ($n > 2$). Докажите, что среди их попарных разностей (из большего вычитается меньшее) найдутся хотя бы три равные.