

Парные стратегии

1. На доске написаны числа $1, 2, \dots, 100$. Петя и Вася по очереди вычёркивают эти числа (Петя ходит первым). Вася хочет, чтобы после его 49-го хода на доске осталось два соседних числа. Всегда ли он сможет это сделать?
2. На доске выписаны все целые числа от 1 до 14, каждое — по одному разу. Двое играющих по очереди стирают по одному числу до тех пор, пока не останется ровно два числа. Если их сумма — точный квадрат, то выигрывает второй, иначе — первый. Кто выигрывает при правильной игре?
3. На белой доске размером $4 \times n$ двое по очереди красят по одной клетке, причём никакие две закрашенные клетки не должны граничить между собой по вертикали, горизонтали или диагонали и никакую клетку нельзя красить второй раз. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Петя и Вася по очереди ставят в клетки доски 7×7 цифры от 1 до 7 так, чтобы ни в одной строке и ни в одном столбце не оказалось одинаковых цифр. Начинает Петя. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник?
5. Двое по очереди закрашивают ещё не закрашенные клетки доски 8×8 в один из четырех цветов. Первый выигрывает, если клетки какого либо квадрата 2×2 окрашены во все четыре цвета, иначе выигрывает второй. Кто выигрывает при правильной игре?
6. На бесконечном листе клетчатой бумаги двое играющих поочередно красят стороны клеток. Разрешается использовать 8 цветов. Первый хочет получить замкнутую ломаную, любые две соседние стороны которой окрашены в разные цвета. Может ли второй ему помешать?
7. На доске в клетках a_1 и c_3 стоят две одинаковые фишки. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. В свой ход игрок выбирает любую фишку и сдвигает её либо по вертикали вверх, либо по горизонтали вправо на любое число клеток. Выиграет тот, кто сделает ход в клетку h_8 . В одной клетке может стоять только одна фишка, прыгать через фишку нельзя. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Петя и Вася играют в такую игру. Сначала на столе лежит 11 кучек по 10 камней. Игроки ходят по очереди, начинает Петя. Каждым ходом игрок берёт 1, 2 или 3 камня, но Петя каждый раз выбирает все камни из любой одной кучи, а Вася всегда выбирает все камни из разных кучек (если их больше одного). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?