

Остатки

1. Существует ли точный квадрат, десятичная запись которого состоит из 17 нулей, 13 единиц и 10 двоек?
2. Найдите последнюю цифру каждого из чисел 7^7 , 7^{7^7} , $7^{7^{7^7}}$.
3. Найдутся ли миллиард подряд идущих составных чисел?
4. Натуральное число s назовём *интересным*, если 2022 при делении на s даёт остаток 24. Сколько существует интересных чисел?
5. Натуральное число k таково, что число $2^k - 1$ делится на 11. Докажите, что оно делится и на 31 тоже.
6. Найдите все пары простых чисел (p, q) , для которых при делении p на q неполное частное оказывается ровно в 5 раз больше, чем остаток.
7. На доске написаны числа 2 и 3. Каждую минуту Вова перемножает все записанные на доске числа, прибавляет 1 и записывает на доску наибольший простой делитель получившегося числа. Появится ли когда-нибудь на доске число 5?
8. По кругу расставлены натуральные числа 1, 2, 3, ..., 200 в некотором порядке. Может ли оказаться так, что сумма любых 10 подряд идущих чисел делится на 10?
9. По кругу стоят несколько детей. Дед Мороз обходит круг по часовой стрелке и раздаёт конфеты.
 - (а) Пусть детей a . Вначале Дед Мороз выдал первому ребёнку одну конфету, затем b детей пропустил, следующему ребёнку выдал одну конфету, затем b детей пропустил, следующему ребёнку выдал одну конфету, затем b детей пропустил и так далее. При каких a и b все дети получают конфеты?
 - (б) Пусть детей p — простое нечётное число. Вначале Дед Мороз выдал первому ребёнку одну конфету, затем 1 ребёнка пропустил, следующему ребёнку выдал одну конфету, затем 2 детей пропустил, следующему ребёнку выдал одну конфету, затем 3 детей пропустил и так далее. Сколько детей никогда не получают конфет?