Оценка+пример

1. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 80, в котором можно так переставить две его различные цифры, что получившееся число также будет кратно 80.

2. Саша обнаружил, что на калькуляторе осталось ровно n исправных кнопок с цифрами. Оказалось, что любое натуральное число от 1 до 99999999 можно либо набрать, используя лишь исправные кнопки, либо получить как сумму двух натуральных чисел, каждое из которых можно набрать, используя лишь исправные кнопки. Каково наименьшее n, при котором это возможно?

3. Какое наименьшее количество ладей можно поставить на шахматной доске так, чтобы каждая не занятая ладьей клетка находилась под боем хотя бы трех из них?

4. Изначально на столе лежат 111 кусков пластилина одинаковой массы. За одну операцию можно выбрать несколько групп (возможно, одну) по одинаковому количеству кусков и в каждой группе весь пластилин слепить в один кусок. За какое наименьшее количество операций можно получить ровно 11 кусков, каждые два из которых имеют различные массы?

5. Назовём *расстоянием* между двумя клетками клетчатой доски наименьшее количество ходов за которое шахматный король может добраться от одной из них до другой. Найдите наибольшее количество клеток которое можно отметить на доску 100×100 так, чтобы среди них не нашлось двух клеток, расстояние между которыми равно 15.

6. В классе m учеников. В течение сентября каждый из них несколько раз ходил в бассейн; никто не ходил дважды в один день. Первого октября выяснилось, что все количества посещений бассейна у учеников различны. Более того, для любых двух из них обязательно был день, когда первый из них был в бассейне, а второй — нет, и день, когда, наоборот, второй из них был в бассейне, а первый — нет. Найдите наибольшее возможное значение m. (В сентябре 30 дней.)

7. В компании 100 детей, некоторые дети дружат (дружба всегда взаимна). Известно, что при выделении любого ребёнка оставшихся 99 детей можно разбить на 33 группы по три человека так, чтобы в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей.

8. Назовём лодочкой трапецию с основаниями 1 и 3, получающуюся приклеиванием к противоположным сторонам единичного квадратика двух треугольничков (полуклеток). В квадрате 100×100 расположена невидимая лодочка (её можно поворачивать, она не выходит за границы квадрата, её средняя клетка целиком лежит на одной из клеток квадрата). Одним выстрелом можно накрыть любую треугольную половинку клетки. Если выстрел пересекается с внутренностью лодочки (т.е. пересечение треугольника выстрела с лодочкой имеет ненулевую площадь), то она считается потопленной. Какого наименьшего количества выстрелов достаточно, чтобы наверняка потопить лодочку?