

Удвоение медианы

1. Дан параллелограмм $ABCD$ с центром в точке P . Точка M — середина стороны AB . Касательные в точках A и B к описанным окружностям треугольников ADM и BCM соответственно пересекаются в точке Q . Докажите, что точки P , Q и M лежат на одной прямой.
2. На стороне AC равнобедренного треугольника ABC с основанием BC взята точка D . На меньшей дуге CD описанной окружности треугольника BCD , выбрана точка K . Луч CK пересекает прямую, параллельную BC и проходящую через A , в точке T . Пусть M — середина отрезка DT . Докажите, что $\angle AKT = \angle CAM$.
3. В треугольнике ABC чевиана CP пересекает медиану BM в точке Q . Оказалось, что $BP = PQ$ и $BQ = AM$. Найдите угол AMB .
4. В трапеции $ABCD$ с основанием AD точки P и Q — середины диагоналей AC и BD соответственно. Докажите, что если $\angle DAQ = \angle CAB$, то и $\angle PBA = \angle DBC$.
4. В трапеции $ABCD$ с основанием AD точки P и Q — середины диагоналей AC и BD соответственно. Докажите, что если $\angle DAQ = \angle CAB$, то и $\angle PBA = \angle DBC$.
5. На стороне AC равнобедренного треугольника ABC с основанием BC взята точка D . На меньшей дуге CD окружности (BCD) выбрана точка K . Луч CK пересекает прямую, параллельную BC и проходящую через A , в точке T . Пусть M — середина отрезка DT . Докажите, что $\angle AKT = \angle CAM$.
6. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ выполнено $BC \parallel AE$, $AB = BC + AE$, и $\angle ABC = \angle CDE$. Пусть M — середина CE , а O — центр окружности (BCD). Оказалось, что $\angle DMO = 90^\circ$. Докажите, что $2\angle BDA = \angle CDE$.
7. На сторонах правильного девятиугольника $ABCDEFGHI$ во внешнюю сторону построили треугольники XAB , YBC , ZCD и TDE . Известно, что углы X , Y , Z , T этих треугольников равны 20° каждый, а среди углов XAB , YBC , ZCD и TDE каждый следующий на 20° больше предыдущего. Докажите, что точки X , Y , Z , T лежат на одной окружности.