Тренировочная олимпиада

1. Существуют ли четыре различных приведённых квадратных трёхчлена такие, что сумма любых двух из них имеет ровно один корень?

2. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n, обладающих следующим свойством: сумма всех делителей числа n больше $2n$, причём число $2n$ нельзя представить в виде суммы нескольких делителей n.

3. Пусть $X_1, \ldots, X_{100}$ — различные непустые подмножества конечного множества S. Оказалось, что для любого $i \in \{1, \ldots, 99\}$ множества X_i и X_{i+1} не пересекаются, а их объединение не совпадает с множеством S. Какое наименьшее количество элементов может содержать S?

4. Треугольник ABC, в котором $AB < BC$, вписан в окружность ω и описан около окружности γ с центром I. Прямая l, параллельная AC, касается окружности γ и пересекает дуги BAC и BCA в точках P и Q соответственно. Известно, что $PQ = 2BI$. Докажите, что $AP + 2PB = CP$.