

Стереометрия на сфере

1. На сфере радиуса 1 дан треугольник, стороны которого — дуги трёх различных окружностей радиуса 1 с центром в центре сферы, имеющие длины меньше π , а площадь равна четверти площади сферы. Докажите, что четырьмя копиями такого треугольника можно покрыть всю сферу.
2. Луноход ездит по поверхности планеты, имеющей форму шара с длиной экватора 400 км. Планета считается полностью исследованной, если луноход побывал на расстоянии по поверхности не более 50 км от каждой точки поверхности и вернулся на базу (в исходную точку). Может ли луноход полностью исследовать планету, преодолев не более 600 км?
3. Женя красила шарообразное яйцо последовательно в пяти красках, погружая его в стакан с очередной краской так, чтобы окрашивалась ровно половина площади поверхности яйца (полсферы). В результате яйцо окрасилось полностью. Докажите, что одна из красок была лишней, то есть если бы Женя не использовала эту краску, а в другие краски погружала бы яйцо так же, то оно всё равно окрасилось бы полностью.
4. В цилиндрический колодец падает пучок параллельных лучей, причём ни одна точка дна не освещена. Докажите, что граница освещённой и неосвещённой областей колодца лежит в одной плоскости.
- 5*. Каждую грань тетраэдра можно поместить в круг радиуса 1. Докажите, что весь тетраэдр можно поместить в шар радиуса $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.