

Соответствия

1. В выпуклом n -угольнике ($n > 3$) отметили все точки пересечения диагоналей. Известно, что никакие три диагонали не пересекаются в одной точке. Сколько точек было отмечено?
2. У Пети есть 12 одинаковых разноцветных вагончиков (некоторые, возможно, одного цвета, но неизвестно, сколько вагончиков какого цвета). Каких поездов он сможет составить больше: 12-вагонных или 11-вагонных? (Поезда считаются одинаковыми, если в них на одних и тех же местах находятся вагончики одного и того же цвета.)
3. Каких графов (с пронумерованными вершинами) на n ($n > 3$) вершинах больше — связанных или несвязных?
4. (а) Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, равно количеству разбиений числа n в сумму слагаемых, не превосходящих k .
(б) Докажите, что количество разбиений числа n на слагаемые, равно количеству разбиений числа $2n$ ровно на n слагаемых.
(в) Докажите, что количество разбиениями числа n в сумму различных слагаемых равно количеству разбиений числа n в сумму нечетных слагаемых.
5. Пусть A — угловая клетка шахматной доски, B — соседняя с ней по диагонали клетка. Докажите, что число способов обойти всю доску хромой ладьей (ходит на одну клетку по вертикали или горизонтали), начиная с клетки A , больше, чем число способов обойти всю доску хромой ладьей, начиная с клетки B . (Ладья должна побывать на каждой клетке ровно один раз.)
6. Петя подсчитал количество всех возможных m -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только четыре буквы Р, О, Ф и Л, причём в каждом слове букв О и Р поровну. Вася подсчитал количество всех возможных $2m$ -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только две буквы О и Р, и в каждом слове этих букв поровну. У кого слов получилось больше? (Слово — это любая последовательность букв.)
7. Дано натуральное число $n > 1$. Что больше: количество способов разрезать клетчатый квадрат $3n \times 3n$ на клетчатые прямоугольники 1×3 или количество способов разрезать клетчатый квадрат $2n \times 2n$ на клетчатые прямоугольники 1×2 ?