Комбинаторный разнобой

1. Барон Мюнхгаузен вернулся из отпуска. «Удивительная страна. Стоимости перелётов между всеми парами городов разные, но у всех циклических маршрутов, проходящим по всем городам, суммарная стоимость перелётов одинаковая». Известно, что городов не менее 2022 и что любые два из них соединены двусторонней авиалинией. Могли ли слова барона оказаться правдой?

2. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 4 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?

3. Правильный многоугольник разрезали непересекающимися диагоналями на меньшие многоугольники так, что у всех многоугольников разбиения поровну сторон, причём число сторон нечётно. Может ли так оказаться, что хотя бы у одного многоугольника разбиения есть параллельные стороны?

4. Дана клетчатая доска 1000×1000. Фигура гепард из произвольной клетки x бьёт все клетки квадрата 19×19 с центральной клеткой x за исключением клеток, находящихся с x в одном столбце или одной строке. Какое наибольшее количество гепардов, не бьющих друг друга, можно расставить на доске?

5. В некоторой стране некоторые пары городов соединены двухсторонними авиарейсами. Известно, что из любого города можно добраться до любого другого, используя не более одной пересадки. В некоторый момент один рейс отменили, но из каждого города по-прежнему можно добраться из любого города в любой другой. Лена хочет добраться из города в город B. Какого количества пересадок ей заведомо хватит?

6. Дано натуральное число n. Найдите наименьший возможный размер множества S, в котором для любого $k \leqslant n$ найдутся два числа из S, разность которых равна F_k. (Здесь через F_k обозначено k-е по счёту число Фибоначчи.)

7. На доске 300×300 расставлены ладьи, они бьют всю доску. При этом каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем k можно заведомо утверждать, что в каждом квадрате $k \times k$ стоит хотя бы одна ладья?

8. На клетчатой плоскости расположили координатную ось. В полуплоскости $y < 0$ на каждую клетку поставили по фишке. За один ход можно перепрыгнуть одной фишкой через соседнюю по стороне, после чего фишка, через которую прыгали, убирается с плоскости. На какую максимальную высоту можно добраться какой-нибудь фишкой, проводя такие операции?