

## Точки, прямые и прочее

1. На плоскости дано  $n > 2$  точек, причём не все они лежат на одной прямой. Докажите, что существует окружность, проходящая через три из данных точек и не содержащая внутри ни одной из оставшихся точек.
2. На плоскости дано конечное число попарно непараллельных прямых, причём через точку пересечения любых двух из них проходит ещё одна из данных прямых. Докажите, что все эти прямые проходят через одну точку.
3. Дан (невыпуклый)  $n$ -угольник. Докажите, что один из его углов меньше  $180^\circ$ .
4. Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?
- 5.\* Докажите следующую теорему. Пусть множество  $X$  состоит из  $n \geq 3$  элементов, а  $A_1, A_2, \dots, A_m$  – такие собственные подмножества  $X$ , что каждая пара элементов  $X$  содержится ровно в одном из подмножеств  $A_i$ . Тогда  $m \geq n$ .