

## Догоняшки

1. По рёбрам правильного тетраэдра бегают кошка и  $N$  хулиганов с завязанными глазами. Хулиган ловит кошку, если оказывается с ней в одной точке. Могут ли хулиганы действовать так, чтобы гарантированно поймать кошку, если
  - (a)  $N = 4$ ;
  - (b)  $N = 3$  и скорость хулиганов более чем в 3 раза больше скорости кошки;
  - (c)  $N = 3$  и скорость хулиганов больше скорости кошки?
2. По рёбрам прозрачного куба ползут два паука и муха. Их максимальные скорости совпадают. Всегда ли пауки смогут поймать муху?
3. На плоскости расположено 100 сосисок и голодный Алексей Вадимович. За один ход можно сместиться в любую сторону не более, чем на метр. Сначала ходит Алексей Вадимович, затем одна из сосисок, затем снова Алексей Вадимович, затем одна из сосисок и т.д. Верно ли, что для любой начальной позиции Алексей Вадимович сможет съесть хотя бы одну сосиску?
4. В центре круглого пруда плавает умная уточка. На берегу её поджидает лиса. Лиса бежит в 4 раза быстрее, чем плавает уточка. Если уточка достигнет берега, то она скроется в траве, и лиса её не найдёт. Что лучше: быть умным или быстро бегать?
5. В центре квадрата сидит заяц, а в каждом из четырёх углов сидит по одному волку. Заяц может бегать как угодно, а волки — только по сторонам квадрата. Максимальная скорость волков в  $\alpha$  раз больше скорости зайца. При каком минимальном  $\alpha$  волки могут действовать так, чтобы гарантированно не выпустить зайца из квадрата?
6. На острове, представляющем собой три одинаковых отрезка длины  $d$ , выходящих из одной точки под углом  $120^\circ$ , живёт абориген. Однажды к нему на остров приплыл близорукий людоед. Людоед бежит в два раза быстрее, чем абориген, но при этом может увидеть аборигена, только если окажется на расстоянии не большем, чем 1 метр. Абориген обладает отличным зрением и всё время видит людоеда. Докажите, что людоед может отобедать аборигеном, если
  - (a)  $d = 3$ ;
  - (b)  $d = 4,999$ ;
  - (c)  $d < 7$ .