

Выпуклая оболочка

Напоминание. Фигура называется *выпуклой*, если для любых двух её точек отрезок, соединяющий эти точки, целиком принадлежит фигуре. *Выпуклой оболочкой* фигуры называется наименьшее выпуклое множество, содержащее данную фигуру.

1. На плоскости дано $n > 4$ точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Известно, что любые четыре из них являются вершинами выпуклого четырёхугольника. Докажите, что n точек являются вершинами выпуклого n -угольника.
2. На плоскости даны 6 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что найдётся угол с вершинами в этих точках, не превосходящий 30° .
3. Даны n точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждую пару точек проведена прямая. Какое минимальное число попарно непараллельных прямых может быть среди них?
4. На плоскости расположено несколько правильных n -угольников. Какое наименьшее количество углов может содержать их выпуклая оболочка?
5. Внутри выпуклого стоугольника отметили k точек, $2 \leq k \leq 50$. Докажите, что можно выбрать $2k$ вершин стоугольника так, чтобы все отмеченные точки лежали внутри $2k$ -угольника, образованного выбранными точками.
6. На плоскости дано $n \geq 4$ точек, причём никакие три из них не лежат на одной прямой. Докажите, что если для любых трёх из них найдётся четвёртая (тоже из данных), с которой они образуют вершины параллелограмма, то $n = 4$.
7. На плоскости даны $3n - 1$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно выбрать $2n$ из этих точек так, чтобы их выпуклая оболочка не была треугольником.