

Уравнения в целых числах и сравнения по модулю

- Докажите, что не имеют решений в целых числах уравнения:
(a) $x^2 + 6y^2 = 3z^2 + 2$; (b) $15x^2 - 7y^2 = 9$;
(c) $x^2 + y^2 = 1703$; (d) $x^2 - 7y^2 = 5$;
- Известно, что $a^2 + b^2$ делится на 7. Докажите, что это выражение делится на 49.
- Решите в натуральных числах уравнение
(a) $2^n + 7 = k^2$; (b) $x^2 + 2015 = y^2$; (c) $3^n - 2^m = 1$.
- Докажите, что сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел не может быть полным квадратом.
- На какое количество нулей может оканчиваться число $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$?