

Разбиения на треугольники

1. Многоугольник разрезали непересекающимися диагоналями на треугольники. Сколько получилось диагоналей? Сколько получилось треугольников?
2. И снова многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что по крайней мере две из этих диагоналей отсекают от него треугольники.
3. Внутри квадрата отмечено 100 точек. Квадрат разбит на треугольники таким образом, что вершинами треугольников являются только отмеченные 100 точек и вершины квадрата, причем для любого треугольника из разбиения каждая отмеченная точка либо лежит вне этого треугольника, либо является его вершиной. Найдите число треугольников в разбиении.
4. (а) Дана триангуляция выпуклого многоугольника. Докажите, что треугольники триангуляции можно *покрасить правильным образом* в три цвета (то есть так, чтобы граничащие по стороне треугольники имели разные цвета).

(б) Выпуклый многоугольник как-то разбит на треугольники (необязательно диагоналями). Верно ли, что его всегда можно покрасить правильным образом в три цвета?
5. Докажите, что выпуклый многоугольник может быть разрезан непересекающимися диагоналями на остроугольные треугольники не более, чем одним способом.
6. Многоугольник разбит диагоналями на треугольники. Докажите, что вершины многоугольника можно покрасить в три цвета так, чтобы соседние по стороне или по диагонали вершины были разного цвета.
7. Какого наименьшего числа лампочек достаточно, чтобы полностью осветить произвольный не обязательно выпуклый n -угольник?
Все лампочки — это точки, которые можно размещать внутри многоугольника или на его границе. Точка внутри многоугольника освещена, если ее можно соединить отрезком с одной из ламп так, все внутренние точки отрезка лежат строго внутри многоугольника. Многоугольник освещен, если освещена любая его внутренняя точка.