

Фуры

Подставьте что-нибудь в функцию!

1. $(x + y)f(x + y) = xf(x) + y^2, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$
2. $f((x + y)^2) = f(x^2) + f(y^2) + 2xy, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}..$

Решите систему линейных уравнений!

3. $2f(x) + f(1 - x) = x^2, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$

Воспользуйтесь сходящимися последовательностями!

4. $f(2x) = f(x), f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$ — непрерывная функция.

Разнобой

5. $f(\dots f(f(x_1, x_2), x_3) \dots, x_{2021}) = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2021}, f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}.$
6. $f(x) + xf(\frac{1}{x}) = x^3, f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}.$
7. $xf(y) + yf(x) = (x + y)f(x)f(y), f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$
8. $f(x) + f(\frac{1}{1-x}) = x, f : \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}..$
9. $f(x + f(y)) = f(x + y) + 1, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$ — строго возрастающая функция.
10. Найдите все функции из $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, такие, что для любых целых a, b выполняется

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a + b))$$

11. Найдите все непрерывные функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такие, что $f(\sin \pi x) = f(x) \cos \pi x.$