

Разной по ТЧ

1. Василий утверждает, что он взял число, делящееся на 3, вставил куда-то в его десятичную запись две четвёрки и получил квадрат натурального числа. Может ли это быть правдой?
2. Докажите, что если a, b взаимнопросты с 65, то $a^{12} - b^{12} \div 65$.
3. Натуральные числа a, b, n таковы, что $(a + 4b)(b + 4a) = 5^n$. Докажите, что $a = b$.
4. Делится ли число $2^{64} + 1$ на $2^{31} + 2^{16} + 1$?
5. Простое число p записали в позиционной системе счисления с основанием d . Оказалось, что при этом в его записи были использованы все возможные цифры этой системы исчисления, причем каждая ровно по одному разу. Найдите все такие пары (p, d) .
6. Три натуральных числа назовём хорошей тройкой, если существует натуральное число n такое, что любое число из тройки, увеличенное на n , делится на произведение двух оставшихся чисел. Найдите все хорошие тройки.
7. Найдите все такие пары натуральных чисел p, m, n , где p — простое и число

$$\frac{7^m + 2^n p}{7^m - 2^n p} \in \mathbb{N}.$$