# Отрезки касательных

**1.** Рассмотрим прямоугольный треугольник $ABC$, где $AB$ - гипотенуза. Пусть $I$ — центр вписанной окружности, а $A_1, B_1, C_1$ — её точки касания со сторонами $BC, AC, AB$ соответственно. Докажите, что:

**(а)** Четырёхугольник $CB_1IA_1$ — квадрат.

**(б)** $r = \frac{a+b-c}{2}$, где $r$ — радиус вписанной окружности, $a, b$ и $c$ — длины сторон $BC, AC$ и $AB$ соответственно.

**2.** В шестиугольнике, описанном около окружности, даны пять последовательных сторон — $a, b, c, d, e$. Найдите шестую сторону.

**3.** Точка $D$ — середина гипотенузы $AB$ прямоугольного треугольника $ABC$. Окружность, вписанная в треугольник $ACD$, касается отрезка $CD$ в его середине. Найдите острые углы треугольника $ABC$.

**4.** Пусть в четырёхугольнике $ABCD$ лучи $AB$ и $DC$ пересекаются в точке $P$, а лучи $CB$ и $DA$ пересекаются в точке $Q$. Докажите, что если в четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность, тогда

**(а)** $AB + CD = BC + AD$;

**(б)** $PB + DQ = QB + DB$;

**(в)** $PA + AQ = PC + CQ$.

**5.** В треугольнике $ABC$ вневписанная окружность касается стороны $BC$ в точке $M$, а продолжений сторон $AB$ и $AC$ — в точках $P$ и $Q$ соответственно. Вписанная окружность треугольника $ABC$ касается стороны $BC$ в точке $K$, а стороны $AB$ — в точке $L$. Докажите, что:

**(а)** отрезок $AP$ равен полупериметру $p$ треугольника $ABC$;

**(б)** $BM = CK$;

**(в)** $BC = PL$.

**6.** Центры $O_1, O_2O_3$ трех непересекающихся окружностей одинакового радиуса расположены в вершинах треугольника. Из точек $O_1$ , $O_2$ и $O_3$ проведены касательные к данным окружностям так, как показано на рисунке. Известно, что эти касательные, пересекаясь, образовали выпуклый шестиугольник. Докажите, что сумма отрезков, взятых через один равна сумме длин оставшихся трёх отрезков.