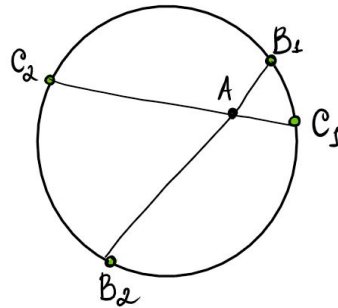
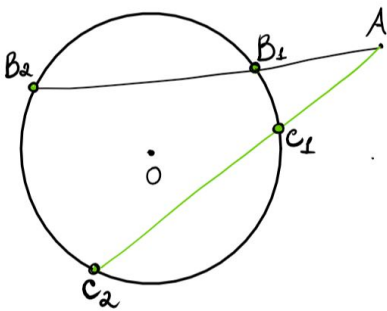


Степень точки

1. Через точку A , не лежащей на окружности ω проведена прямая, пересекающая окружность в двух точках B_1 и B_2 . Покажите, что $AB_1 \cdot AB_2$ не зависит от выбора секущей.
2. Покажите, что $AB_1 \cdot AB_2$ из предыдущей задачи равно и квадрату отрезка касательной из точки A (то есть докажите задачу для вырожденного случая).
3. Через точку A проведены две прямые, на которых выбраны точки B_1, B_2, C_1, C_2 как показано на рисунках. Известно, что $AB_1 \cdot AB_2 = AC_1 \cdot AC_2$. Докажите, что B_1, B_2, C_1, C_2 лежат на одной окружности.

Иногда это полезный способ доказывать вписанность четырехугольника!



4. Пусть окружность ω из 1 задачи имеет центр O и радиус R .
 - (а) Покажите, что если точка A лежит **вне** окружности, то $AB_1 \cdot AB_2 = AO^2 - R^2$;
 - (б) Покажите, что если точка A лежит **внутри** окружности, то $-AB_1 \cdot AB_2 = AO^2 - R^2$;

Выражение $AO^2 - R^2$ называется степенью точки A относительно окружности ω и отлично считается через отрезки секущих.

5. Точка P удалена на расстояние, равное 7, от центра окружности, радиус которой равен 11. Через точку P проведена хорда, равная 18. Найдите отрезки, на которые делится хорда точкой P ?
6. Окружность делит каждую из сторон треугольника на три равные части. Докажите, что этот треугольник правильный.
7. Две окружности пересекаются в точках A и B . Докажите, что прямая AB делит пополам отрезок общей внешней касательной к окружностям.