

Важная задача. Несколько целых чисел выписали в ряд так, что любые два соседних числа отличаются не более, чем на единицу. Более того, первое число отрицательно, а последнее — положительно. Докажите, что среди этих чисел есть число 0.

Более сложный пример. В ряд выложено 50 белых и 50 черных шариков. Самый левый и самый правый шарик — белые. Докажите, что можно отсчитать несколько (но не все!) шариков, начиная с левого, так, чтобы среди них оказалось поровну черных и белых.

1. Вася написал число 444 на доске. Затем каждый день он умножал это число на какое-нибудь натуральное число от 1 до 9 и записывал вместо текущего числа на доску. Докажите, что когда-нибудь число на доске станет 100-значным.
2. Первый тайм футбольного матча закончился со счетом 0 : 1, а матч – со счетом 4 : 3. Докажите, что в некоторый момент счет на табло был ничейным.
3. Хоккейный матч ЦСКА – Спартак закончился со счетом 10:7 в пользу ЦСКА. Доказать, что в ходе матча был момент, когда ЦСКА уже забросил столько шайб, сколько еще оставалось забросить Спартак до конца матча.
4. Шеренга новобранцев стояла лицом к сержанту. По команде «Нале-во!» некоторые из них повернулись налево, некоторые — направо, а остальные — кругом. Всегда ли сержант сможет встать в строй так, чтобы с обеих сторон от него оказалось поровну новобранцев, стоящих к нему лицом?
5. В ряд стоят 20 сапог: 10 правых и 10 левых. Обязательно ли среди них найдутся 10 сапог, стоящих подряд, среди которых поровну правых и левых?
6. На уроке физкультуры выстроились в ряд 19 семиклассников, среди которых 6 девочек, причем крайними справа стоят 4 девочки. Докажите, что:
 - (а) Учитель физкультуры может выбрать несколько крайних справа школьников так, что среди них будет поровну мальчиков и девочек.
 - (б) Можно выбрать пять стоящих подряд учеников, среди которых мальчиков на одного больше, чем девочек.
 - (в) Дети встали в каком-то другом порядке. Докажите, что всё равно можно выбрать шесть стоящих подряд учеников, среди которых ровно две девочки.
7. За круглым столом сидит четное количество гномов в колпаках с помпонами, причем, у любых двух рядом сидящих гномов количество помпонов отличается не больше, чем на 1. Докажите, что найдется пара гномов, сидящих напротив друг друга, у которых количество помпонов на колпаках отличается не больше, чем на 1.