

Квадратный трёхчлен

Посмотри на дискриминант

1. При каких a уравнение $ax^2 + (a + 3)x + 4 = 0$ имеет два различных корня?
2. Докажите, что при ненулевых a, b, c хотя бы один из трёхчленов $ax^2 + 2bx + c$, $bx^2 + 2cx + a$, $cx^2 + 2ax + b$ имеет хотя бы один корень.
3. Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет корни. Верно ли, что
 - (а) $a^3x^2 + b^3x + c^3$ имеет корни,
 - (б) $a^2x^2 + b^2x + c^2$ имеет корни?

Полезное наблюдение. Пусть f – квадратный трёхчлен. Если нашлись две точки y_1 и y_2 , в которых f принимает значения разных знаков, то f имеет два различных корня, причём один из этих корней лежит в промежутке между y_1 и y_2 .

4. Для квадратного трёхчлена $f(x) = ax^2 + bx + c$ выполнено $b > a + c > 0$.
 - (а) Какой знак имеют выражения $f(1)$ и $f(-1)$?
 - (б) Сколько корней имеет f ?
5. Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ не имеет корней и $a + b + c > 0$. Какой знак у коэффициента c ?
6. Докажите, что уравнение $(x - a)(x - b) + (x - a)(x - c) + (x - b)(x - c) = 0$ имеет хотя бы один корень.
7. Докажите, что при любых значениях a, b, c хотя бы одно из уравнений $x^2 + bx + c = 1$, $x^2 + cx + a = 1$, $x^2 + ax + b = 1$ имеет корень.