Теорема Виета.

Разложение на множители квадратных трехчленов.
Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ можно разложить на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Теорема Виета для квадратного уравнения.
Если квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет решения (то есть $D \geqslant 0$), то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ соответственно получаем $x_1 + x_2 = -p,\ x_1x_2 = q$.

1. Используя теорему Виета, угадайте корни квадратных уравнений:
(а) $x^2 - 5x + 6 = 0$;
(б) $2x^2 - 5x + 3 = 0$;
(в) $x^2 - (2a + 4)x + a^2 + 4a = 0$.

2. Не вычисляя корней уравнения $3x^2 + 4x - 1 = 0$, найдите
(а) $x_1^2 + x_2^2$,
(б) $x_2^3x_1 + x_1^3x_2$,
(в) $x_2^3 + x_1^3$.

3. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2 - 7x - 3 = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого будут являться числа

(а) $x_1 - 1$ и $x_2 - 1$; **(б)** $\dfrac{1}{x_1}$ и $\dfrac{1}{x_2}$; **(в)** $x_1x_2^2$ и $x_2x_1^2$;

4. Известно, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

5. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2+bx+c$ принимает в точках $1/a$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена $f(x)$ имеют разные знаки.