

Принцип Дирихле

Принцип Дирихле: Если рассадить по $nk + 1$ кроликов по k клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $n + 1$ кролик.

Разбор: В квадрате 6×6 закрасили 13 клеток. Докажите, что найдется прямоугольник 1×3 , в котором будет закрашено хотя бы 2 клетки.

1. Евгений Сергеевич решил составить олимпиаду из 10 задач. Он выбирает задачи из трех различных тем: Комбинаторика, Алгебра и Геометрия. Евгений Сергеевич расстраивается, если ученик решает меньше 4 задач на олимпиаде. Петя решил выбрать одну тему и решить правильно все задачи из этой темы. Докажите, что Петя может выбрать тему так, что Евгений Сергеевич не расстроится?
2. Петя разбил свою копилку и посчитал, что у него 118 монет (достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей). Верно ли, что у Пети найдется **(а)** 29 монет **(б)** 30 монет **(в)** 31 монета одинакового достоинства?
3. В Петинем классе 28 человек и мальчиков больше, чем девочек. Все дети встали в хоровод, докажите, что хотя бы два мальчика стоят друг напротив друга.
4. Петя собрал коллекцию из 444 бабочек разных цветов. Докажите, что найдется либо 22 разных вида бабочек, либо 22 бабочки разных цветов.
5. У Пети на даче стоит квадратный стол со стороной 50 сантиметров, на который сели 10 мух. Докажите, что Петя точно сможет убить 3 мухи квадратной мухобойкой со стороной 25 сантиметров?
6. Петя поставил 17 пешек на поле 8×8 . Докажите, что найдется квадрат 2×2 , в котором будут стоять хотя бы 2 пешки.
7. Петя поставил 17 пешек на поле 4×7 . Докажите, что найдется квадрат 2×2 , в котором будут стоять хотя бы 3 пешки. *Подсказка:*(можно делить поле на неравные части).
8. 50 учеников матвертикали на удаленке Евгений Сергеевич распределил по 7 различным серверам дискорда. Через месяц Евгений Сергеевич сделал новое распределение детей по серверам. Докажите, что найдутся двое детей, которые были на одном сервере изначально, и оказались на одном сервере после перераспределения (номер сервера при этом мог поменяться).