

Рассуждения от противного

Чтобы доказать некоторое утверждение методом «от противного», нужно:

1. Предположить, что данное утверждение неверно, а верно противоположное ему;
2. Выяснить, что следует из сделанного предположения;
3. Обнаружить несоответствие (противоречие) предположения с известными условиями;
4. Сделать вывод о том, что предположение неверно, то есть верно утверждение, которое требовалось доказать.

Об отрицаниях

Некоторые отрицания строятся не настолько просто, насколько все думают. Чтобы потренироваться, давайте построим несколько.

- 0а. Все ребята пошли в кафе.
- 0б. Этот пирожок с малиной или с яблоками.
- 0с. Завтра не будет математики и будет география.

Примеры решения задач этим методом:

- 0а. По кругу лежит 55 шариков двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних шарика одного цвета.
- 0б. Докажите, что нельзя разложить 65 конфет на 11 кучек так, чтобы количество конфет в разных кучках было различным.

Задачи:

1. На 5 полках книжного шкафа расставлены 160 книг, на одной из них 3 книги. Докажите, что найдется полка, на которой не менее 40 книг.
2. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
3. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.

4. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?
5. Накануне Нового Года перед Кремлем в один ряд было припарковано 2006 машин. Среди них был 1001 «Мерседес», 1002 «Вольво» и 3 «Запорожца». Известно, что никакие две машины одной марки не стояли рядом. Докажите, что найдется «Мерседес», припаркованный рядом с «Запорожцем».
6. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
7. Докажите, что среди 50 разноцветных карточек всегда найдется либо 8 карточек одного цвета, либо 8 карточек разных цветов.